

対数方眼紙

横軸，縦軸を関数 $x=f(u)$, $y=g(v)$ によって目盛り，その各分点から軸に平行な直線を引いて得られる方眼紙を関数方眼紙という。特に，横軸，縦軸ともに対数目盛りの方眼紙を両対数方眼紙（左下図 I），横軸が普通目盛り，縦軸が対数目盛りの方眼紙を片対数方眼紙（右下図 II）という。

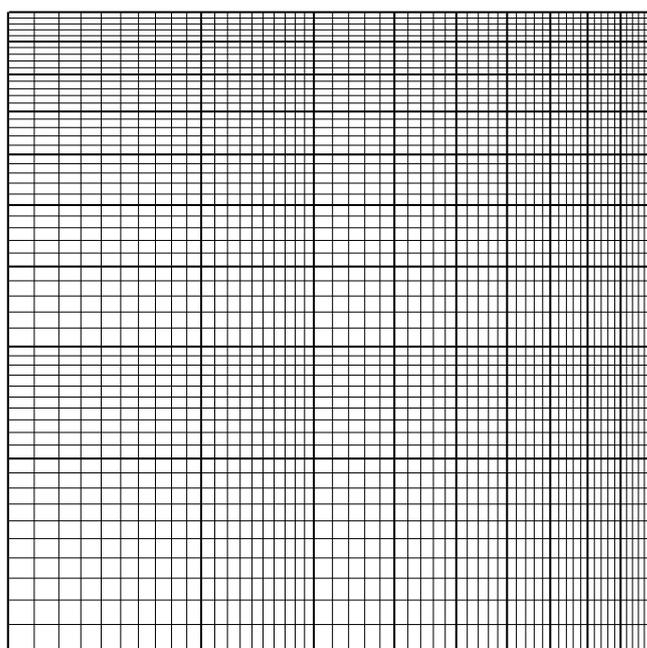


図 I

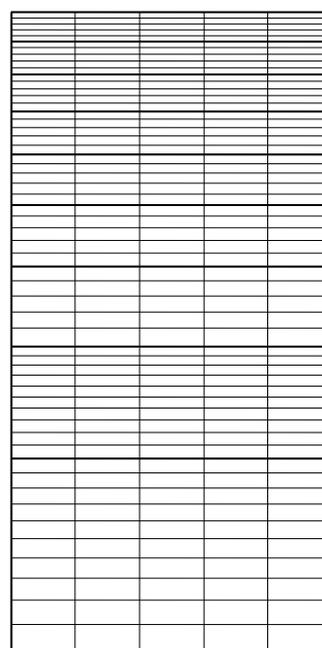


図 II

惑星の軌道の大きさ（長半径）と周期には，右のような関係がある。対数方眼紙を利用して，これらの関係について考えてみよう。

設問（探究）

- (1) 両対数方眼紙に，長半径と公転周期をプロットしてみよう。
- (2) (1)でプロットした点から何が読み取れるかを考えてみよう。
- (3) 地球の長半径，公転周期を 1 として，惑星の長半径を x ，公転周期を y とする。

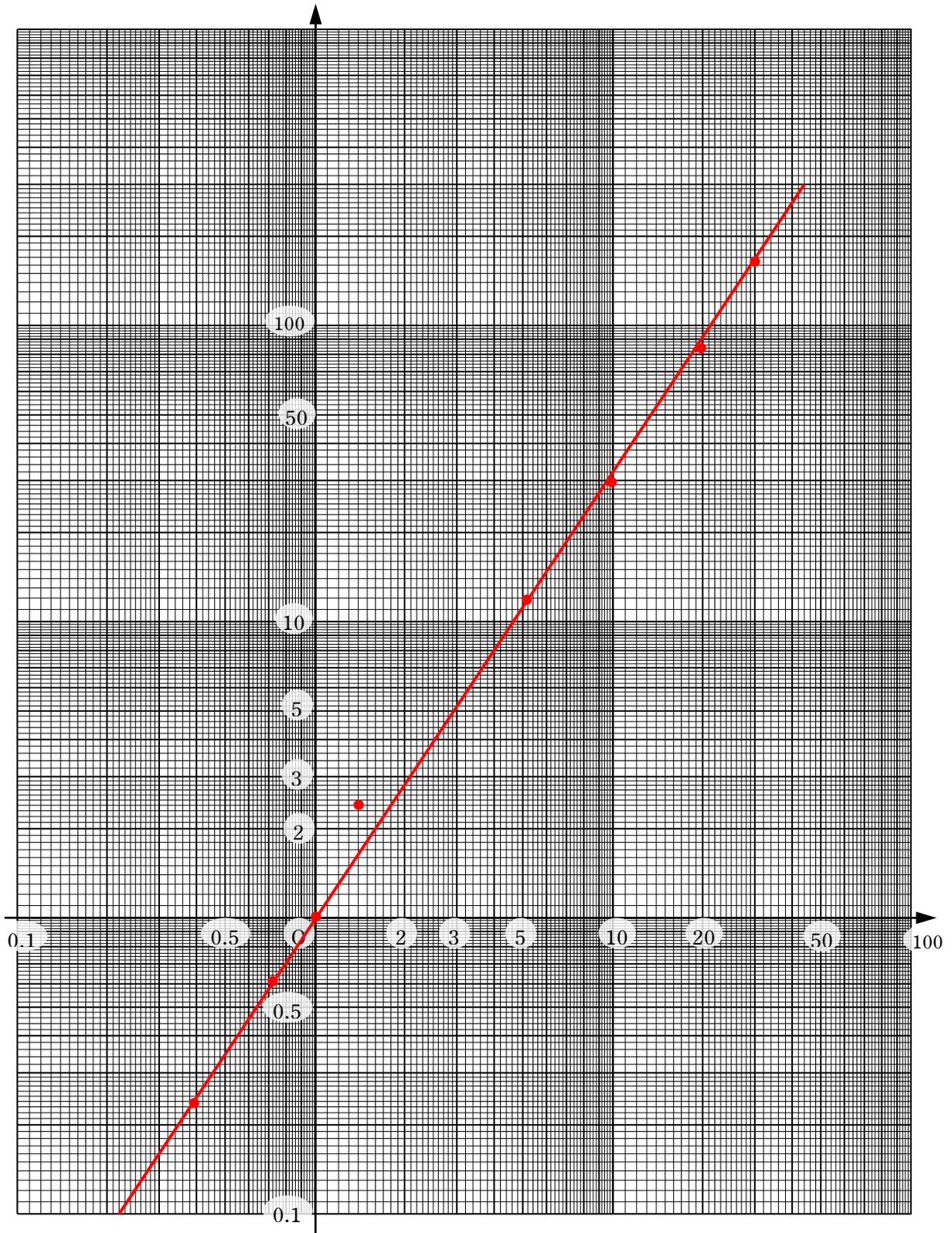
火星のデータをもとに，教科書の巻末の常用対数表を用いて， y を x で表してみよう。

惑星等	長半径	公転周期(年)
地球	1.00	1.00
火星	1.52	1.88
水星	0.39	0.24
木星	5.20	11.9
金星	0.72	0.61
土星	9.55	29.5
天王星	19.2	84.0
海王星	30.1	164.8

（啓林館 教科書「物理Ⅱ」より）

【解答例】

方眼紙 I



火星のデータをもとに、直線の傾きを考える。点 $(\log_{10}x, \log_{10}y)$ に点 (x, y) と目盛られているから、原点 $(1, 1)$ と点 $(1.52, 1.88)$ を通る直線の方程式を求めると、

$$\log_{10}y = \frac{\log_{10}1.88}{\log_{10}1.52} \log_{10}x$$

常用対数表から、 $\log_{10}1.52 = 0.1818$ 、 $\log_{10}1.88 = 0.2742$ だから

$$\frac{\log_{10}1.88}{\log_{10}1.52} = \frac{0.2742}{0.1818} = 1.508\dots$$

よって、 $\log_{10}y \doteq 1.5 \log_{10}x = \log_{10}x^{1.5}$ $\therefore y \doteq x^{1.5}$

この結果から、ケプラーの第3法則（惑星の公転周期の2乗は長半径の3乗に比例する）が成立することがわかる。